***«Шляхи вдосконалення***

***математичної***

***підготовки молодших***

***школярів»***

***Класовод Гапон Наталія Олександрівна***

***Шляхи вдосконалення математичної***

***підготовки молодших школярів***

Новий Державний стандарт початкової освіти і відпо­відна програма з математики для початкової школи, хоч і розроблені на новій освітній парадигмі, яка базується на компетентнісному підході в освіті, проте кардинально нових, якісних змін у математичній підготовці молодших школярів не передбачають. Відбулося деяке перегрупу­вання навчального матеріалу, по-новому стали називатися змістові лінії, з'явилася навіть нова, і, до речі, дуже важ­лива змістова лінія "Робота з даними", дещо підсилилися внутрішньопредметні зв'язки завдяки компоновці нав­чального матеріалу на засадах укрупнення дидактичних одиниць. Можна також відзначити включення нового матеріалу, який не розглядався раніше. Наприклад, вико­ристовується теоретико-множинна термінологія ("мно­жина", "елемент множини", "підмножина" тощо), посиле­но алгебраїчну лінію як введенням нової термінології, так і розглядом складніших рівнянь. Дещо підсилено і гео­метричну змістову лінію не лише ознайомленням з геомет­ричними тілами (куб, куля, циліндр, конус, піраміда), а й включенням таких понять, як *діагональ* та *сектор.* При цьому з програми практично нічого не вилучено, за винятком окремих видів задач, зокрема задач на знахо­дження середнього арифметичного.

Проте внесені зміни, на жаль, не вирішують старих проблем. Як і раніше, основний акцент ставиться на роз­виток логічного та абстрактного мислення учнів і недо­оцінюється роль образної компоненти. Раннє і не завжди усвідомлене дітьми абстрагування не дає змоги їм ефек­тивно використовувати набуті математичні знання у практичній діяльності. А найболючіша проблема — пере­вантаження учнів — так і залишається невирішеною. За кожної зміни програми до її змісту, як правило, більше додається, ніж вилучається (зменшується лише кількість годин, що відводиться на її опрацювання).

З нашої точки зору радикальні зміни полягають не стільки у корекції змісту, скільки у зміні акцентів та виз­наченні пріоритетів. До таких пріоритетів можна віднести наступні:

1.Посилення прикладної спрямованості початкового курсу математики через зростання ролі математичного моделювання. Дітей потрібно вчити не лише досліджувати математичні моделі, а й будувати їх. Важливо, щоб учні навчилися бачити у простих повсякденних речах кількості і величини, геометричні форми і розміри, закономірності і залежності.

2. Максимальне використання розвивальних можливос­тей початкового курсу математики через види діяльності, що сприяють розвитку математичних уявлень та інтуїції як бази для формування відповідних понять; забезпечують гармонійний розвиток образного і логічного мислення.

3. Забезпечення доступності навчального матеріалу шляхом врахування психологічних особливостей і мож­ливостей учнів, особливостей сприймання, розуміння і засвоєння навчального матеріалу, а також вилучення із програми матеріалу, що не відповідає цим вимогам або матеріалу, без якого діти можуть обійтися, як при вивченні математики у наступних класах, так і у своїй практичній діяльності.

Розглянемо визначені напрямки детальніше.

У практиці вивчення початкового курсу математики формування базових абстрактних математичних понять відбувається занадто швидко, без опори на відповідні уяв­лення. Учні часто використовують математичну терміно­логію, формулюють правила, виконують вправи, не усві­домлюючи їх змісту, а головне, не розуміючи, де і як набутими знаннями можна скористатися у повсякден­ному житті.

Відповідних прикладів можна навести скільки завгодно. Ми вкажемо кілька, на наш погляд, найяскравіших.

***Приклад 1.***При формуванні поняття суми вчитель демонструє об'єднання двох різних груп предметів. Діти перелічують кількість предметів у кожній групі і кількість предметів в об'єднанні, після чого вчитель пояснює, що ми виконали дію додавання і показує, як записати відпо­відний вираз.

Подальша робота зводиться до того, що діти або скла­дають вирази за малюнками, або обчислюють значення виразів на додавання шляхом перелічування. (Так само відбувається ознайомлення і з дією віднімання).

Такий "швидкий" перехід від дій з предметами до арифметичних дій над абстрактними числами ще не за­безпечує усвідомлення суті цих дій. Адже, якщо учневі, який щойно до двох кружечків доклав три кружечки, і, підрахувавши загальну кількість кружечків, записав вираз 2 + 3 = 5, запропонувати до двох трикутників додати три трикутники, то він знову почне перелічувати загальну кількість трикутників, хоча логічно було б використати попередній результат. Цей факт переконливо демонструє, що учень ще не розуміє суті арифметичної дії. Він лише повторює деякий алгоритм знаходження чисельності об'єднання двох різних груп предметів. Тому не варто поспішати з переходом до абстрактних дій над числами, поки діти не усвідомлять основну закономірність.

Краще, якщо результат першої дії учні запишуть так: 2 кр. + 3 кр. = 5 кр. (До двох кружечків доклали (додали) три кружечки і одержали 5 кружечків). Аналогічно запи­суємо результат другої дії: 2 тр. + 3 тр. = 5 тр. (До двох три­кутників додали три трикутники і одержали 5 трикутни­ків). Бажано продовжити об'єднувати інші предмети групами із 2 та 3 предметів до тих пір, поки учні не підмі­тять закономірність і при знаходженні чисельності об'єд­нання використовуватимуть попередні результати. Тоді можна зробити загальний висновок і записати його так: 2 пр. + 3 пр. = 5 пр. (Якщо до двох предметів додати три предмети, то одержимо 5 предметів). Після чого вчитель може повідомити, що останнє твердження можна записа­ти коротко:

2 + 3 = 5. (Тут числа позначають будь-які предмети або ще точніше: результат вийде той самий, не залежно від предметів).

Як бачимо, формування абстрактних понять (у даному випадку поняття суми) відбувається у процесі багаторазо­вого виконання практичних дій, які сприяють нагромад­женню відповідних уявлень та інтуїції. Крім того, пропо­нована серія вправ спрямована на набуття учнями досвіду моделювання. Адже одержаний вираз (2 + 3 = 5) є ні чим іншим, як абстрактною моделлю ряду однотипних прак­тичних дій, пов'язаних із об'єднанням двох різних груп предметів.

***Приклад 2.***Проаналізуємо, як у традиційній методиці відбувається формування поняття змінної. У вітчизняних підручниках переважно використовується індуктивна методика ознайомлення із змінною. Учням пропонують ряд виразів, наприклад на додавання, у яких один дода­нок сталий, а другий змінюється. Порівнюючи ці вирази, учні називають, який доданок сталий, а який змінюється. Після чого вчитель пояснює, що якщо доданок, який змінюється, позначити буквою (змінною), то всі вирази можна замінити одним.

Крім індуктивної методики деякі методисти, зокрема С.О.Скворцова, пропонують дедуктивний підхід. За цією методикою вчитель пояснює, що будь-який приклад на додавання у загальному випадку можна записати вира­зом: *а + Ь.* Тут буква *а* позначає перший доданок, а буква *Ь* — другий доданок. Після цього учні замість букв під­ставляють конкретні числа, одержують числові вирази і обчислюють їх значення.

Далі учням пропонується серія вправ на знаходження значення виразів, при заданих значеннях змінної. Але успішне виконання таких вправ ще не означає, що учні усвідомили суть поняття змінної. Про це яскраво свідчать ті труднощі, з якими стикаються діти при розв'язуванні задач з буквеними даними. Крім того, важко вказати приклади, де б учні самостійно змогли скористатися змінною при моделюванні певних практичних ситуацій.

Для усвідомлення суті цього поняття учням необхідно піднятися на значно вищий рівень абстрагування. Адже тут відбувається перехід від однієї абстракції (числа) до ще більшої абстракції (змінної), яка позначає будь-яке число. При цьому ні потребу у такому переході, ні роль змінної діти ще не усвідомлюють. Адже у шести-семи-річних дітей переважає наочно-практичне та наочно-образне мислення і такі абстрактні маніпуляції для них ще недоступні.

Як відомо, при моделюванні змінна виконує певну замінну функцію. Саме цю роль змінної повинні усвідомити учні. Замінну функцію одних об'єктів іншими діти спостерігали ще у дошкільний період та використовували її під час сюжетно-рольових ігор. Тому з метою форму­вання поняття змінної доцільно спиратися на ці уявлення. Важливо створити таку ситуацію, за якої учні відчули б необхідність позначення певних об'єктів змінною, тобто з самого початку змінна повинна нести певний практич­ний зміст. Змінною необхідно позначати деяку конкретну величину, що може набувати різних числових значень, як це відбувається при будь-якому моделюванні, зокрема у фізиці.

Такий підхід реалізовано, наприклад, у посібнику [1, с. 83—86]. Тут пропонується серія вправ на кодування замовлень у кафе та обчислення вартості замовлення. З цією метою подано меню, де вказано назви страв і їх ціни. Учням демонструється, як офіціант коротко записує замовлення, наприклад: ч + к (чай і кекс). Діти спочатку повинні записати аналогічно інші замовлення. Потім прочитати записані коротко замовлення та обчислити вартість кожного із них. При цьому виникає практична необхідність у заміні букв відповідними числами. Далі пропонується обчислити вартість цих самих замовлень у вечірній час, коли ціни змінилися, тобто використовуючи інше меню. Це дає змогу продемонструвати учням, що значення змінної може змінюватися. У цьому посібнику пропонуються прості і доступні дітям завдання на тотож­ні перетворення виразів зі змінними, які навіть виходять за межі нашої програми. Наприклад, якщо за одним сто­ликом замовили 3 чаї і 3 кекси (3 ч + 3 к), а за другим 2 чаї і 2 пиріжки (2 ч + 2 п), то офіціант має разом принести: Зч + 3к + 2ч + 2п = 5ч + 3к + 2п

(5 чаїв, 3 кекси і 2 пиріжки).

Подібні завдання можна пропонувати з метою моде­лювання інших життєвих ситуацій. Наприклад, учні можуть складати і досліджувати аналогічні моделі на під­рахунок кількості куплених речей у магазині та обчислення вартості покупки; підрахунок кількості предметів у одній або кількох сумках та обчислення загальної маси всіх речей, тощо. Лише після виконання таких вправ можна перехо­дити до завдань на дії з виразами, які містять формальні змінні. Наприклад, обчислити: *х + 2у+3х + 4у + х.* (Діти одержують вираз: 5 *х +* 6 *у).* Або обчислити значення подібних виразів при заданих значеннях змінних.

Зауважимо, що введення нової змістової лінії "Робота з даними" створює умови для розробки подібних простих,зрозумілих і цікавих для дітей серій вправ. У цьому плані наступний крок повинні зробити автори підручників.  
Сподіваємося, що у наших підручниках, так само як у зга­даному вище, теж з'явиться рубрика "Математика на вулиці" або "Математика у нашому житті" з темами: "В магазині", "Заробляємо гроші", "Економимо", "Вимі­рюємо", "Подорожуємо" тощо. Лише тоді, коли діти бачи­тимуть весь процес моделювання від постановки проблеми до математичної моделі і її дослідження та інтерпретації,можна сподіватися, що вони зуміють самостійно застосо­вувати набуті знання для розв'язання конкретних прак­тичних потреб.

Звернемо увагу, що обчислення значень виразів зі змінною, які моделюють реальну ситуацію (3 ч + 2 п — три чаї і два пиріжки) вказує на те, що у нашій методиці прийнято невдале означення добутку. Адже, щоб обчислити значення цього виразу, необхідно замість змінних підста­вити числові значення. Однак, щоб підрахувати вартість покупки, то, згідно з прийнятим у чинних підручниках означенням добутку, потрібно обчислити значення іншого виразу: ч • 3 + п • 2. Очевидно, що добуток доцільніше було б означати так, щоб перший множник показував кількість доданків, а другий — однакові доданки. Тоді ма­ли б таблички множення і ділення на 2, на 3 і т. д. (два ра­зи по 2, по З, три рази по 4 і т. д.). А головне, що прості за­дачі на множення дітям було б легше аналізувати і розв'язувати. Адже в усіх простих задачах на множення спочатку вказується кількість однакових доданків і лише потім самі доданки: "Купили 2 пампушки по 3 гривні).

***Приклад 3****.* Під час формування навичок вимірювання відрізків теж відбувається "швидкий" перехід до "згорну­тих" дій без належних на те підстав.

У традиційній методиці майже відразу після того, як діти ознайомилися з відрізком, пропонується тема "Сантиметр". Тому, виконавши кілька вправ на порівняння відрізків за довжиною, відразу знайомлять дітей із алго­ритмом вимірювання відрізків за допомогою лінійки.

Такий підхід не дає змоги дітям усвідомити, що в основі вимірювання геометричних величин лежать топологічні властивості фігур: включення і поділ. Перш ніж присту­пити до вимірювання відрізків з допомогою лінійки, діти мають одержати досвід порівняння відрізків, утворених із кількох однакових паличок, та порівняння відрізків, поді­лених на рівні частини (наприклад, клітинками зошита). Діти повинні порівнювати відрізки, які вже розбиті на сантиметри, розбивати відрізки на сантиметри, викорис­товуючи модель сантиметра або поділки лінійки. Далі доцільно обговорити з дітьми питання про те, що спіль­ного і відмінного між лічбою і вимірюванням відрізка? Основні висновки: в обох випадках одержуємо відповідь на запитання: "Скільки?". Але, якщо при лічбі ми маємо окремі предмети, то відрізок спочатку треба поділити на сантиметри і лише потім підрахувати кількість сантимет­рів (можна лічити одночасно з поділом). Тому при першому ознайомленні із вимірюванням відрізків за допомогою лінійки, діти повинні виконувати такий "поділ", показуючи від поділки "0" до поділки "1" — перший сантиметр; від поділки" 1" до поділки "2" — другий сантиметр і т. д. Лише вкінці звертаємо увагу на те, що якщо лінійку прикласти "правильно" (цифрою "0" до одного з кінців відрізка), то числа, які ми називаємо при поділі відрізків співпадають із номерами поділок на лінійці. Тому можна відразу "про­читати" результат, подивившись на номер поділки, що збігається із другим кінцем лінійки. Така робота повинна бути розтягнута в часі і тривати приблизно від 2 тижнів до місяця. Тому від моменту, коли знайомимо дітей із відріз­ком до ознайомлення із вимірюванням відрізка за допо­могою лінійки, має минути приблизно місяць.

Такий "довгий" процес формування уявлень про вимі­рювання довжини допоможе дітям усвідомити суть про­цесу вимірювання величин, що дасть змогу у подальшому економити час для формування навичок вимірювання інших величин. Необхідність такої ґрунтовної роботи під час формування уявлень про вимірювання довжини зумов­лена ще й тим, що згідно з результатами психологічних досліджень, метричні властивості предметів (фігур) діти виділяють найпізніше, після топологічних і проективних. Але, з практичних міркувань, необхідність ознайомлення із вимірюванням довжини виникає уже в 1 класі, тобто тоді, коли учні знаходяться ще на вихідному (нульовому) рівні геометричного розвитку.

Якщо ми хочемо, щоб наші школярі не лише засвоїли певний обсяг знань, а насамперед при цьому відбувався їхній інтелектуальний розвиток, то необхідно враховувати структуру інтелектуальної діяльності молодших школярів. Програма повинна визначати ті види навчальної діяль­ності, які забезпечують інтелектуальний і творчий розвиток учня. Для цього необхідно забезпечити таку систему нав­чальних дій (розумових і практичних), які лежать в осно­ві цих видів діяльності. На жаль, на практиці, структура навчального матеріалу переважно підпорядкована логіці навчальної дисципліни (математики) і не завжди відпові­дає особливостям засвоєння цього матеріалу дітьми. Особливо це стосується геометричного матеріалу, який у початковому курсі математики вивчається епізодично, а його структура продиктована внутрішніми потребами геометрії. Тому за чинною програмою, як і за всіма попе­редніми, вивчення елементів геометрії у початковій школі практично розпочинається з абстрактних понять "точка" і "пряма", які вважаються найпростішими з точки зору геометрії, але далеко не є найпростішими з погляду психо­логії дитини. Адже термін "пряма" означає: "нескінченна пряма лінія", тобто містить три складові ознаки: "лінія" — топологічна ознака, "пряма лінія" — проективна ознака і "нескінченна лінія" — своєрідна абстракція, що є узагаль­ненням "продовження" лінії — метрична ознака. Але топо­логічні, проективні і метричні уявлення у дітей форму­ються не одночасно. Тому формування поняття прямої, як і формування інших геометричних понять, потребує поступового нагромадження відповідних уявлень.

Немає сумніву, що основне завдання геометричного матеріалу — це розвиток просторових уявлень як бази для просторового мислення, яке є різновидом образного. Тому, під час вивчення геометричного матеріалу важливо забез­печити такі види діяльності, які відповідають логіці роз­витку просторового мислення в онтогенезі. Як стверджує І.С.Якиманська, розвиток просторового мислення у дітей відбувається за трьома основними лініями:

"1) перехід від трьохвимірного простору до двовимір­ного (від об'ємного до плоского) і навпаки;

перехід від наочних зображень до умовно-схема­тичних і зворотній процес;

перехід від фіксованої в собі точки відліку до вільно вибраної або довільно заданої" [3, сі 14].

При визначенні структури геометричного матеріалу зручно користуватися моделлю Ван Хіллі (уап Ніеіе) про рівні геометричного розвитку, згідно з якою на вихідному або нульовому рівні дитина сприймає геометричну фігуру як реальний об'єкт, як "візуальне ціле", на першому рівні виділяє елементи фігури, що дає змогу диференціювати її властивості шляхом безпосереднього сприймання або фізичного експерименту із моделями, і лише на другому рівні встановлює логічні зв'язки між фігурами та їх влас­тивостями.

Сучасна методика вивчення елементів геометрії у початковій школі має орієнтуватися на аналіз і проекту­вання тих видів діяльності, котрі забезпечують "дитячий шлях" оволодіння не лише безпосередніми, а й опосеред­кованими формами орієнтації у реальному і уявному просторі. Оскільки діяльність просторового мислення включає процес утворення образів і оперування ними, то при вивченні геометричного матеріалу необхідно створити умови, які забезпечують ці види діяльності, а також перед­бачити доступні для дітей засоби, за допомогою яких вони зможуть фіксувати результати своєї розумової діяльності.

Таким чином, геометричний матеріал початкового курсу математики має використовуватися не епізодично, а систематично на кожному уроці. Водночас він має ви­конувати і допоміжну роль. Якщо предметні моделі слід використовувати для утворення адекватних образів гео­метричних фігур, то геометричними об'єктами зручно користуватися при моделюванні кількісних відношень і різноманітних залежностей, які учні повинні засвоїти в процесі вивчення арифметичного та алгебраїчного матеріалу.

Дотримуючись принципів фузіонізму, ознайомлення зі всіма плоскими фігурами і просторовими тілами має відбуватися одночасно у 1 класі. Адже на вихідному рівні геометричного розвитку діти здатні навчитися розпізна­вати геометричні фігури і запам'ятовувати їх назви. Основним видом діяльності учнів на цьому етапі має бути виконання вправ на розпізнавання геометричних фігур, які супроводжуються маніпуляціями з предметними моделями та їх зображеннями, а також вправ на аналіз форми простих предметів. Такі вправи дають змогу сфор­мувати в учнів адекватні образи геометричних фігур та будувати найпростіші моделі навколишніх об'єктів, вико­ристовуючи геометричні фігури. На цьому етапі основ­ними можна вважати вправи на виділення фігур на тлі інших, та використання геометричних об'єктів для моде­лювання кількісних і просторових відношень.

Важливим позитивним кроком нинішнього Держав­ного стандарту початкової освіти є включення геометрич­них тіл до переліку фігур, з якими ознайомлюються молодші школярі. Однак, ознайомлення з цими тілами передбачається лише в 4 класі. Крім того, програмою не передбачено ознайомлення учнів із прямокутним парале­лепіпедом. Основним мотивом виключення цього тіла із числа тих, що повинні вивчатися у початковій школі, є складна і незрозуміла дітям назва цієї фігури. Однак, на наш погляд, такий підхід є помилковим. Адже у нашій культурі найпоширенішою просторовою формою є пря­мокутний паралелепіпед, а плоскою — прямокутник. Виключення прямокутного паралелепіпеда із числа фігур, що вивчаються у початковій школі, значно збіднює мож­ливості дітей при аналізі форми навколишніх предметів та їх моделюванні.

Проблему складної назви можна легко обійти, якщо послуговуватися більш загальною назвою цього тіла — "призма". Адже, по відношенню до циліндра і конуса саме так і чинять. Як відомо, те тіло, яке ми у школі називаємо "циліндр", насправді є "прямий круговий циліндр", а об­сяг поняття "циліндр" значно ширший і охоплює навіть призми.

Ще один варіант назви прямокутного паралелепіпеда, який використовувався у середині минулого століття — "прямокутна призма". Такий термін найбільш вдалий для початкової школи, оскільки у цій назві підкреслено основну ознаку даного тіла - прямокутну форму його граней, що є зрозумілим для учнів цього віку, у той час, як термін "паралелепіпед" підкреслює паралельність граней і ребер. Але відношення паралельності у початковій школі не розглядається, хоч воно є доступним для дітей цього віку, оскільки належить до проективних ознак, які діти виділяють раніше, ніж метричні.

Після ознайомлення з геометричними фігурами вся увага має бути зосереджена на аналізі їх форми, тобто на формуванні у дітей навичок виділяти суттєві властивості фігур. Як було встановлено Ж.Піаже і підтверджено багатьма дослідниками, діти спочатку виділяють найбільш загальні, якісні або топологічні властивості фігур, потім проективні і, лише вкінці, метричні. Тому вивчення влас­тивостей геометричних тіл слід розпочинати із аналізу їх поверхні. Уявлення про поверхню як межу, що розділяє тіло і навколишній простір, для дітей є інтуїтивно зрозумі­лим і не потребує якихось додаткових пояснень, так само як і поняття "форма" чи "фігура". Бажано виділити криву і плоску поверхні, пізніше можна розглядати внутрішню і зовнішню, замкнену і незамкнену, скінченну і нескінченну поверхні. Зауважмо, що йдеться не про строгі означення, а саме про уявлення (вторинні образи), які формуються на основі безпосереднього сприймання предметів або моделей фігур.

Ознайомлення із плоскою поверхнею дає змогу поді­лити фігури на дві великі групи: плоскі і просторові. Після цього можна використовувати термін "геометричне тіло".

Аналіз плоских фігур так само, як і геометричних тіл, слід розпочати із їх меж — контурів, що сприяє форму­ванню уявлень про лінію. Тут також розглядаємо криву і пряму лінії, замкнену і незамкнену, скінченну і нескін­ченну, а також ознайомлюємо з колом, як межею круга. Лінію також можна розглядати як перетин поверхонь, а точку — як межу лінії, або перетин ліній. Звернемо увагу на методичний підхід до формування уявлень про лінію, запропонований М.О.Ізвольським [2] ще на початку минулого століття. Для цього пропонується використати аркуш паперу, зафарбований у два різні кольори. Межею, яка розділяє частини різного кольору, є лінія. Ми вважає­мо, що такий підхід до формування уявлення про лінію є більш вдалим, ніж традиційне використання зображення ліній на папері або їх предметних моделей (ниток, дроти­нок тощо). Адже межу, яка розділяє дві частини аркуша паперу, ми чітко бачимо (особливо якщо кольори кон­трастні), але вона, як і абстрактна лінія, не має товщини. Саме ця властивість є основною властивістю ліній, яку повинні усвідомити учні.

Після ознайомлення з лініями і точками можна перейти до формування уявлень про пряму лінію, вико­ристовуючи традиційні вправи. Дітям можна запропону­вати провести кілька прямих і кривих ліній через задану точку, а потім сполучити дві дані точки прямою і кривими лініями. Звертаємо увагу, що кривих багато, а пряма одна. У цьому полягає властивість прямизни. Тобто це основна відмінність між прямою і кривою лініями.

Для завершення формування уявлень про пряму необ­хідно, щоб учні усвідомили її нескінченність. З цією метою бажано спочатку ознайомити дітей із відрізком, як фігу­рою, що утворилася в результаті з'єднання двох точок прямою лінією. Порівнюючи відрізки за довжиною, вимі­рюючи їх, діти бачать, що серед відрізків можуть бути довші або коротші. Можна запропонувати ряд вправ на продовження відрізка на кілька сантиметрів. Обговорюючи питання, на скільки можна продовжити відрізок, прихо­димо до поняття про "нескінченне продовження", а отже до понять "промінь" і "пряма". Після цього можна визна­чити промінь і відрізок, як частини прямої; ввести поняття ламаної, далі поняття многокутника, як частини площини (плоска фігура, межею якої є замкнена ламана) і многогранника (геометричне тіло, поверхня якого складається із многокутників або гранчаста). Потім можна ознайомити із кутами та їх видами, видами трикутників за сторонами і кутами, видами многокутників за кількістю елементів, видами призм і пірамід за формою основи.

Під час першого ознайомлення із геометричними тілами, поряд із предметними моделями слід використову­вати наочні зображення, на яких відчуття об'єму створю­ється за рахунок співвідношення світла і тіні. Наступним суттєвим етапом у розвитку просторових уявлень учнів та розвитку навичок "читання" графічних зображень є озна­йомлення дітей із загальноприйнятим у геометрії методом створення відчуття об'єму - використання видимих і не­видимих (суцільних і пунктирних) ліній. Ознайомлення дітей з таким способом зображення просторових тіл дає змогу значно збагатити систему вправ на "читання" зобра­жень. Учням можна пропонувати вправи на зображення слідів від руху комах по поверхні тіл, де має бути відобра­жено, коли комаху було видно, а коли вона знаходилася поза тілом; вправи на визначення видимих або невиди­мих елементів тіл; зображення точок на видимих або невидимих частинах поверхні, обведення контурів побу­дованих перерізів тощо.

Вкажемо на ще одну серію вправ, яка сприяє вдоско­наленню навичок просторової орієнтації, переходу від орієнтації за "схемою тіла" до орієнтації відносно інших предметів. Це вправи на визначення просторового розмі­щення фігур одна відносно одної, взаємне розміщення елементів фігур, побудову геометричних конструкцій за їх зображеннями, тощо. Введення поняття "силует фігури" або "проекція" сприяє формуванню навичок довільної зміни позиції спостерігача.

Після того, як в учнів будуть сформовані уявлення про геометричні фігури (коли вони навчаться утворювати в уяві відповідні образи), можна перейти до формування навичок оперувати цими образами. Спочатку учні вчаться змінювати в уяві просторове розміщення фігур (І тип опе­рування образами за І.С.Якиманською), а потім змінювати їх структуру (II тип оперування). З цією метою дітям можна пропонувати вправи, які потребують уявного переміщення плоских або просторових фігур. Під час виконання таких вправ учням має бути надана змога простими і доступними засобами фіксувати результати своїх розумових дій, а також практичне переміщення предметних моделей, як з метою перевірки, так і у випадку виникнення труднощів при виконанні.

На завершення учням пропонуються вправи на оперу­вання образами, яке потребує зміни структури фігур. Це можуть бути традиційні вправи на розрізання фігури на частини і складання із частин нових фігур, вправи на об'єднання і переріз фігур, а також вправи з розгортками.

Оскільки метричні уявлення учнів формуються най­пізніше, а розпізнавання фігур на основі означень відбу­вається аж на третьому рівні геометричного розвитку, то введення означень прямокутника, квадрата, кола і круга, а також питання, пов'язані з вимірюванням площі можна перенести у 4, а деякі навіть у 5 клас. З нашої точки зору у новій програмі не було необхідності вводити такі поняття, як "діагональ" і "сектор", оскільки вони не забезпечують появу нових видів змістовних вправ, які б сприяли роз­витку просторових уявлень або геометричної інтуїції.

Таки чином, структура геометричного матеріалу у по­чатковій школі повинна забезпечити поступовий перехід від нульового рівня геометричного розвитку, де геометрич­на фігура сприймається як цілісний предмет, до першого рівня, на якому діти диференціюють властивості геомет­ричних фігур і наблизитися до другого рівня геометрич­ного розвитку, на якому учні усвідомлюють логічні зв'язки між фігурами та їх властивостями.

У1 класі важливо сформувати уявлення про всі геомет­ричні фігури. Це означає, що в учнів повинні утворитися зв'язки між моделлю, зображенням і назвою (терміном) геометричної фігури. Почувши назву, в уяві дитини має виникати адекватний образ фігури, який нагадуватиме побачену раніше предметну модель або зображення фігури, і навпаки, побачивши модель чи малюнок, дитина має пригадати назву фігури. Основним видом діяльності на цьому етапі є розпізнавання фігур та використання їх у якості еталону при визначенні форми простих предметів. Основними вправами можна вважати вправи на виділення фігур на тлі інших. Як приклад, наведемо таку вправу.

*Покажи квадрат. Покажи прямокутник. Замалюй прямокутник зеленим кольором, а квадрат червоним так,*

*щоб прямокутник був над квадратом (під квадратом). Покажи фігуру, яку утворили квадрат і прямокутник*

*разом (об'єднання фігур). Покажи спільну частину квадрата і прямокутника (переріз фігур). На які фігури прямокутник поділив* *квадрат ? На які фігури квадрат поділив прямокутник ?*

На наступному рівні геометричного розвитку (2—4 класи) учні повинні навчитися встановлювати властивості геометричних фігур, безпосередньо сприймаючи їх моделі або зображення (маніпулюючи ними, бачачи їх, описуючи словами свої відчуття). Ця діяльність має сприяти збага­ченню геометричних і просторових уявлень, формуванню навичок "читання" зображень і оперування образами геометричних фігур (зміна в уяві їх положення - І рівень оперування або зміна структури — II рівень оперування). Така діяльність потребує ознайомлення учнів із елементами геометричних фігур, поняття про які формуються на основі інтуїтивних уявлень про поверхні, лінії і точки як відповідні межі.

І лише у 4 класі можна сформулювати строгі означення окремих фігур, зокрема прямокутника і квадрата, для того, щоб учні одержали уявлення про зв'язки між фігурами та їх властивостями. Однак, навіть після цього не можна сподіватися, що діти сприйматимуть фігуру, як множину точок, яка володіє певним набором суттєвих властивос­тей. Але це не означає, що ми не повинні готувати дітей до розуміння фігури, як абстрактного об'єкта. На це має бути націлена вся наша діяльність. Зокрема, вибираючи точки, що належать фігурі, у дітей формується уявлення про те, що ми можемо вказати (вибрати) скільки завгодно точок, які належать фігурі. Крім того вчитель має пра­вильно використовувати термінологію. Наприклад, якщо при ознайомленні з фігурами вчитель демонструє модель і говорить: "Це трикутник", "Це куб", то, починаючи з 2 класу, поступово вводимо словосполучення: "модель трикутника", "зображення куба" іт.д., привчаючи дітей до думки, що ми працюємо з моделями, а фігур, як реальних об'єктів, не існує.

Проведений аналіз показує, що для забезпечення всіх видів діяльності, які сприяють розвитку просторових уяв­лень, геометричної інтуїції, вміння виділяти геометричні властивості в навколишніх предметах та взагалі бачити світ з геометричної точки зору, існує достатньо видів "дитячих" вправ, які не потребують значного збільшення введення нових понять, а, тим більше, розгляду тих пи­тань, що традиційно вивчаються у систематичних курсах геометрії. Однак, є потреба у формуванні інтуїтивно зро­зумілих для учнів уявлень, таких як "поверхня", "видима і невидима лінії", "грань", "ребро", "основа", "силует" або "проекція" фігури. При цьому можна обійтися і не розгля­дати види кутів за величиною, види трикутників за сторо­нами і кутами; не вводити означення кола і круга та не розглядати їх елементів, оскільки це не порушує загальної структури запропонованих вправ.

На завершення торкнемося найболючішого питання про те, як розвантажити учнів. Один із можливих спосо­бів, запропонований у чинній програмі — це використання технології укрупнення дидактичних одиниць, що дає змогу одночасно розглядати питання з різних змістових ліній програми. Неабияке значення у цьому плані має і рівень розвитку самих учнів, оскільки при вищому рівні розвитку учням необхідно менше часу на засвоєння відповідного матеріалу. Тому важливо, вже з перших уроків, макси­мально використовувати розвивальний потенціал нав­чального матеріалу. Це можливо за умов, якщо програма, підручник, а особливо вчитель враховуватимуть психоло­гічні особливості молодших школярів. Зокрема, перехо­дити до "згорнутих" міркувань або робити логічні висновки доцільно лише тоді, коли в дітей сформовані відповідні уявлення (вторинні образи) і коли такі міркування є інту­їтивно зрозумілими дітям.

Однак, без виключення деяких тем, які традиційно вивчалися у початковій школі, реально розвантажити курс - неможливо. На наш погляд, із програми можна виключити цілий розділ "Письмові обчислення". Адже у даний час практично ніхто не використовує ці алгорит­ми ні при вивченні математики у старшій школі, ні у практичній діяльності. Звичайно, під час виконання письмових обчислень розвиваються обчислювальні на­вички та алгоритмічне мислення учнів. Але розвивати ці якості учнів можна і при опрацюванні інших розділів програми. Щоб не розглядати десяткові дроби і набли­жені обчислення, які необхідні для роботи з мікрокальку­лятором, потрібно ввести лише одну тему: "Ділення з остачею за допомогою мікрокалькулятора", де проде­монструвати учням, як, знаючи частку (цілу частину, що показує калькулятор), обчислити остачу.

У нашому короткому аналізі можливих шляхів удо­сконалення математичної підготовки молодших школя­рів особливу увагу звернуто на змістову лінію "Просторові відношення, геометричні фігури". Не менш цікавим був би аналіз можливостей нової змістової лінії "Робота з дани­ми", яку введено до нової програми. Потреба цієї лінії продиктована часом, а її вдале поєднання з іншими зміс­товими лініями може забезпечити суттєве посилення прикладної спрямованості початкового курсу математики. Варто зауважити, що ще однією вимогою часу є ймовір­нісно-статистична змістова лінія. Адже сучасний курс математики слабо готує дітей до прийняття обґрунтова­них рішень в умовах невизначеності. Учні звикають до думки, що є дві крайності: "істинно" та "хибно", і навіть не здогадуються, що між цими крайнощами існують інші оцінки реальності, які можна виразити словами: "напев­но", "можливо", "швидше всього", і т.д. Тому вже з почат­кової школи необхідно вчити учнів хоча б якісно оціню­вати випадкові події. Для" цього не потрібно вводити багато нових понять. Відповідні завдання можуть впису­ватися у нову змістову лінію "Робота з даними", яка повинна ознайомити дітей із елементарними методами збору, фіксації, представлення та аналізу даних. Якраз при аналізі даних учні можуть визначати не лише певні кількісні характеристики, а й робити якісні статистичні оцінки, а також оцінки шансів настання або не настання певної випадкової події. У зв'язку з цим виглядає зовсім невиправданим вилучення із програми задач на знаход­ження середнього арифметичного. Адже ця величина є однією із найпростіших і найпопулярніших при статис­тичній оцінці даних.

**Література**

1. *Аман Р., Вилльямс М.* Математика не 5: Пособие для 1-3 классов начальной школьї. М.: АСТ-ПРЕСС, 1996. - 384 с.
2. *Извольский Н. А.* Методика геометрии. — Петербург, 1924.
3. *Якиманская И. С.* Психологические основи математичес-кого образования: Учеб. пособие для студ. пед. вузов / Ираида Сергеевна Якиманская. — М. : Издательский центр "Академия", 2004. - 320 с.
4. *Василь Гречук*, *Наталія Кіщук*, викладачі Коломийського педагогічного коледжу Івано-Франків ської обл.